บทที่ 3 การทดสอบสมมุติฐาน

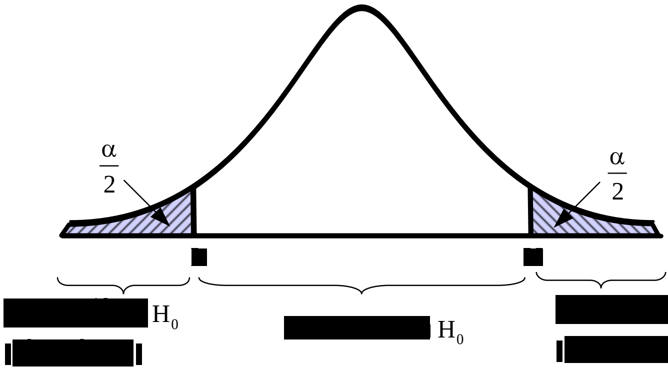
การทดสอบสมมุติฐาน (Hypothesis Test) เป็นการทดสอบค่าพารามิเตอร์ของประชากรว่าเป็นไปตามที่คาดหรือไม่ (การตัดสินใจเกี่ยวกับค่าของพารามิเตอร์) การกำหนดสมมุติฐานนั้นมีการกำหนด 2 แบบ คือ สมมุติฐานเชิงพรรณนา (Descriptive Hypothesis) ซึ่งเป็นสมมุติฐานที่อยู่ในลักษณะของข้อความการบรรยาย เช่น ราคาขายของรถยนต์มือสองมีความสัมพันธ์กับอายุการใช้งานของรถยนต์ รายจ่ายของนักศึกษาหญิงมากกว่ารายจ่ายของนักศึกษาชายของมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ และสมมุติฐานเชิงสถิติ (Statistical Hypothesis) คือ ข้อความเกี่ยวกับพารามิเตอร์ของหนึ่งประชากรหรือหลายประชากร ซึ่งนิยมเขียนอยู่ในรูปของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของพารามิเตอร์ เช่น อายุการใช้งานของแบตเตอรี่ในโรงงานแห่งหนึ่ง มีค่าเท่ากับ 3 ปี ให้ μ แทนอายุการใช้งานเฉลี่ยของแบตเตอรี่จากโรงงาน ดังนั้น จะตั้งสมมุติฐานว่า $\mu = 3$ สมมุติฐานแบ่งเป็น 2 ชนิด คือ

1) สมมุติฐานว่าง (Null Hypothesis) หรือสมมุติฐานจริง (สมมุติฐานเพื่อการทดสอบ) แทนด้วย H_0
2) สมมุติฐานทางเลือก (Alternative Hypothesis) แทนด้วย H_1

ในการทดสอบสมมุติฐานนั้น จะพิจารณาจากการแจกแจงของตัวสถิติที่ได้จากตัวอย่างในการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับสมมุติฐานนั้น ๆ ตัวอย่างเช่น ในการประมาณค่าเฉลี่ยประชากร μ นั้น โดยปกติแล้วจะใช้ค่าเฉลี่ยตัวอย่าง $\bar{X}$ ทำการประมาณ ทำนองเดียวกันในการทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยประชากร μ ก็จะพิจารณาจากการแจกแจงของค่าเฉลี่ยตัวอย่าง $\bar{X}$ ในการทดสอบซึ่งจะเรียกว่า **สถิติที่ใช้ในการทดสอบ** (Test Statistic) เป็นตัวสถิติที่ใช้ในการตัดสินใจในการทดสอบสมมุติฐาน การที่จะยอมรับหรือปฏิเสธสมมุติฐานนั้น จะพิจารณาจากค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบว่าตกอยู่ในอาณาเขตที่ยอมรับ H_0 หรือ ปฏิเสธ H_0 และจะเรียกอาณาเขตปฏิเสธ H_0 ว่า **บริเวณวิกฤต** (Critical Region) ส่วนค่าที่กำหนดขอบเขตของอาณาเขตปฏิเสธก็จะเรียกว่า **จุดวิกฤต** (Critical Point)

3.1 ประเภทของการทดสอบสมมุติฐาน

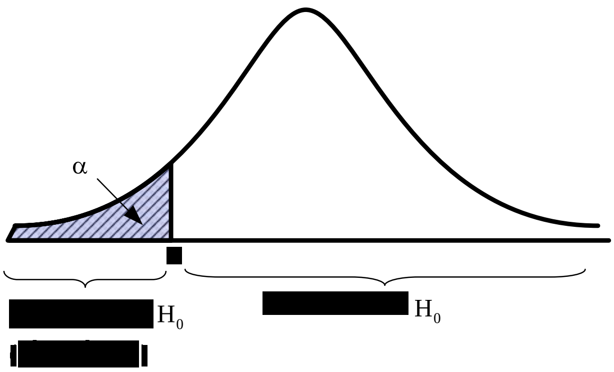
3.1.1 การทดสอบสองด้าน (Two-Sided Test) คือ สมมุติฐานที่อยู่ในรูป $H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta \neq \theta_0$ มีขอบเขตของการยอมรับและปฏิเสธสมมุติฐานจริง (H_0) ดังรูปที่ 3.1 ซึ่งขอบเขตของการปฏิเสธ H_0 (บริเวณวิกฤต) มี 2 ด้านและจุดวิกฤตคือ L และ U



รูปที่ 3. 1 ขอบเขตของการปฏิเสธ H_0 ของการทดสอบ 2 ด้าน

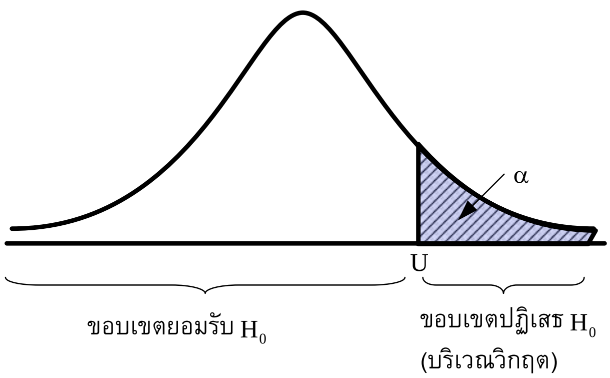
3.1.2 **การทดสอบด้านเดียว** (One-Sided Test)

ถ้าสมมุติฐานอยู่ในรูป $H_0 : \theta \geq \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta < \theta_0$ จะมีขอบเขตของการปฏิเสธ H_0 (บริเวณวิกฤต) อยู่ด้านซ้ายและจุดวิกฤตคือ L



รูปที่ 3. 2 ขอบเขตของการปฏิเสธ H_0 ของการทดสอบด้านซ้าย

ถ้าสมมุติฐานอยู่ในรูป $H_0 : \theta \leq \theta_0$, $H_1 : \theta > \theta_0$ จะมีขอบเขตของการปฏิเสธ H_0 (บริเวณวิกฤต) อยู่ด้านขวาและค่าวิกฤตคือ U



รูปที่ 3. 3 ขอบเขตของการปฏิเสธ H_0 ของการทดสอบด้านขวา

การตัดสินใจ พิจารณาจากค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบว่าตกอยู่ในอาณาเขตที่ยอมรับ H_0 หรือปฏิเสธ H_0 ณ ระดับนัยสำคัญ α

3.2 ความคลาดเคลื่อนในการทดสอบสมมุติฐาน

เนื่องจากใช้ข้อมูลจากตัวอย่างอ้างอิงถึงประชากรอาจทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการสรุปผล ซึ่งความคลาดเคลื่อนมี 2 ชนิด

1) ความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 (Type I Error) คือความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการตัดสินใจปฏิเสธ H_0 โดยที่ H_0 เป็นจริง ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดนี้เรียกว่า **ระดับนัยสำคัญ** (Significance Level) นั่นคือ P(ปฏิเสธ H_0 | H_0 จริง) $= \alpha$

2) ความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 2 (Type II Error) คือความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการตัดสินใจยอมรับ H_0 โดยที่ H_0 ไม่จริง ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดนี้แทนด้วย β นั่นคือ P(ยอมรับ H_0 | H_0 ไม่จริง) $= \beta$ และจะเรียก $1-\beta$ ว่า **กำลังการทดสอบ** (Power of the Test) ซึ่งเป็นการตัดสินใจถูกต้องที่จะปฏิเสธ H_0 โดยที่ H_0 ไม่จริง

ตารางที่ 3.1 ความคลาดเคลื่อนในการทดสอบสมมุติฐาน

ผลการทดสอบ	H_0 จริง	H_0 ไม่จริง
ปฏิเสธ H_0	Type I Error	ตัดสินใจถูกต้อง
ยอมรับ H_0	ตัดสินใจถูกต้อง	Type II Error

ค่าของ α และ β จะแปรผกผันกัน คือ ถ้าค่า α มาก ค่า β จะน้อย หรือถ้าค่า α น้อย ค่า β จะมาก ในการทดสอบสมมุติฐานจะต้องพยายามควบคุมให้ค่า α และ β มีค่าน้อยๆ วิธีการหนึ่งที่จะทำให้ α และ β มีค่าน้อยคือเพิ่มขนาดตัวอย่าง โดยทั่วไปแล้วจะกำหนดค่า α หรือระดับนัยสำคัญก่อนการทดสอบ

หลักการตั้งสมมุติฐาน

ถ้าพารามิเตอร์ที่ต้องการทดสอบมีเครื่องหมายเท่ากับอยู่ด้วย ให้กำหนดสมมุติฐานที่ทดสอบไว้ใน H_0 ส่วนทิศทางตรงกันข้ามของพารามิเตอร์ที่ทดสอบให้กำหนดไว้ใน H_1

ถ้าพารามิเตอร์ที่ต้องการทดสอบไม่มีเครื่องหมายเท่ากับให้กำหนดสมมุติฐานที่ทดสอบไว้ใน H_1 ส่วนทิศทางตรงข้ามของพารามิเตอร์ที่ทดสอบให้กำหนดไว้ใน H_0

ตัวอย่างการตั้งสมมุติฐาน

1) โรงงานผลิตน้ำผลไม้แห่งหนึ่งเชื่อว่าปริมาณใยอาหารเฉลี่ยต่อกล่องของน้ำผลไม้ที่ผลมากกว่า 20 กรัม

ให้ μ แทนปริมาณใยอาหารเฉลี่ยต่อกล่องของน้ำผลไม้ของโรงงานนี้

สมมุติฐานที่ทดสอบ $\begin{array}{l} H_0 : \mu \le 20 \\ H_1 : \mu > 20 \end{array}$ หรือ $\begin{array}{l} H_0 : \mu = 20 \\ H_1 : \mu > 20 \end{array}$

2) ถ้าเชื่อว่ารายได้เฉลี่ยต่อเดือนของชาวนาน้อยกว่าชาวสวน

ให้ μ_A , μ_B แทนรายได้เฉลี่ยต่อเดือนของชาวนา และชาวสวนตามลำดับ

สมมุติฐานที่ทดสอบ $H_0 : \mu_A \geq \mu_B$, $H_1 : \mu_A < \mu_B$ หรือ $H_0 : \mu_A - \mu_B = 0$, $H_1 : \mu_A - \mu_B < 0$

3) สมาคมวิทยาศาสตร์เชื่อว่าสัดส่วนของบัณฑิตจบใหม่กลุ่มมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์จะมีงานทำมีค่าอย่างน้อย 85%

ให้ p แทนสัดส่วนของบัณฑิตจบใหม่กลุ่มมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์ที่มีงานทำ

สมมุติฐานที่ทดสอบ $H_0 : P \geq 0.85$, $H_1 : P < 0.85$ หรือ $H_0 : P = 0.85$, $H_1 : P < 0.85$

ขั้นตอนการทดสอบสมมุติฐาน มีดังนี้

1) กำหนดพารามิเตอร์ที่ทดสอบ
2) ตั้งสมมุติฐานที่ทดสอบ
3) กำหนดสถิติทดสอบที่เหมาะสม
4) คำนวณค่าสถิติทดสอบ
5) พิจารณาระดับนัยสำคัญที่กำหนด
6) หาขอบเขตปฏิเสธ H_0 (บริเวณวิกฤต)
7) สรุปผลการทดสอบ

3.3 การทดสอบค่าเฉลี่ยประชากร

กำหนด μ แทนค่าเฉลี่ยประชากร ตั้งสมมุติฐานแบบใดแบบหนึ่ง ดังนี้

$H_0 : \mu = \mu_0$ และ $H_1 : \mu \neq \mu_o$

หรือ $H_0 : \mu \geq \mu_0$ และ $H_1 : \mu < \mu_0$

หรือ $H_0 : \mu \leq \mu_0$ และ $H_1 : \mu > \mu_0$

พิจารณาการทดสอบค่าเฉลี่ยประชากร 3 กรณีดังนี้

3.3.1 ประชากรแจกแจงปรกติ และทราบค่าความแปรปรวนประชากร (σ^2)

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1) \text{ ค่าสถิติทดสอบ } z_{cal} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

3. 3.2 ประชากรแจกแจงปรกติ ไม่ทราบค่าความแปรปรวนประชากร และขนาดตัวอย่างเล็ก $(n < 30)$

$$T = \frac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\,, \quad \nu = n-1 \text{ ค่าสถิติทดสอบ } t_{cal} = \frac{\overline{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

3. 3.3 ไม่ทราบการแจกแจงของประชากร แต่ขนาดตัวอย่างใหญ่ $(n \geq 30)$

ทราบค่าความแปรปรวนประชากร (σ^2)

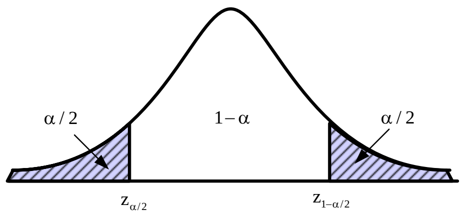
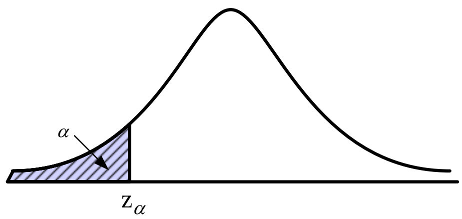
$$Z = \frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1) \text{ ค่าสถิติทดสอบ } z_{cal} = \frac{\overline{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

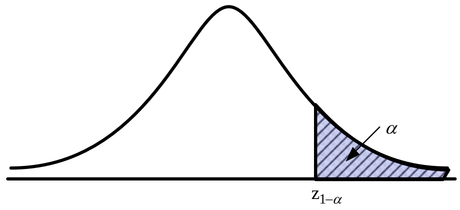
ไม่ทราบค่าความแปรปรวนประชากร

$$Z = \frac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim N(0,1) \text{ ค่าสถิติทดสอบ } z_{cal} = \frac{\overline{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

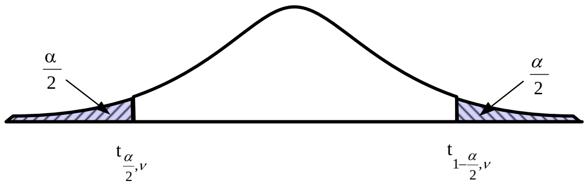
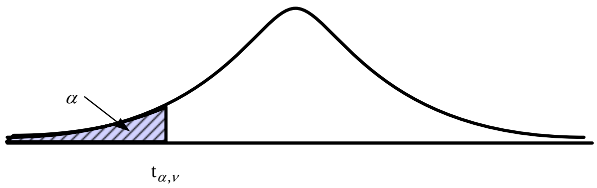
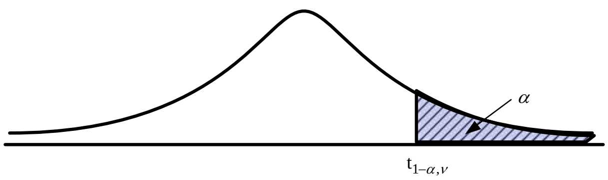
ขอบเขตปฏิเสธ H_0 (บริเวณวิกฤต)

บริเวณวิกฤตขึ้นอยู่กับสถิติทดสอบและสมมุติฐานทางเลือก กรณีใช้สถิติทดสอบ Z สามารถหาบริเวณวิกฤตและสรุปผลการทดสอบดังนี้

สมมุติฐานทางเลือก	บริเวณวิกฤต	ปฏิเสธ H_0 เมื่อ
$H_1 : \mu \neq \mu_0$		$z_{cal} < -z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ หรือ $z_{cal} > z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
$H_1 : \mu < \mu_0$		$z_{cal} < z_\alpha$

สมมุติฐานทางเลือก	บริเวณวิกฤต	ปฏิเสธ H_0 เมื่อ
$H_1: \mu > \mu_0$		$z_{cal} > z_{1-\alpha}$

กรณีใช้สถิติทดสอบ T สามารถหาบริเวณวิกฤตและสรุปผลการทดสอบดังนี้

สมมุติฐานทางเลือก	บริเวณวิกฤต	ปฏิเสธ H_0 เมื่อ
$H_1: \mu \neq \mu_0$		$t_{cal} < t_{\frac{\alpha}{2},\nu}$ หรือ $t_{cal} > t_{1-\frac{\alpha}{2},\nu}$
$H_1: \mu < \mu_0$		$t_{cal} < t_{\alpha,\nu}$
$H_1: \mu > \mu_0$		$t_{cal} > t_{1-\alpha,\nu}$

ตัวอย่าง 3.1 บริษัทผลิตแบตเตอรี่ยี่ห้อหนึ่ง ถ้าทราบว่าอายุการใช้งานแบตเตอรี่มีการแจกแจงปรกติ และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.6 ปี สุ่มแบตเตอรี่ที่ผลิตมาทดสอบอายุการใช้งานจำนวน 16 แบตเตอรี่ พบว่าว่ามีอายุการใช้งานเฉลี่ย 3.4 ปี จะกล่าวได้หรือไม่ว่า อายุการใช้งานเฉลี่ยของแบตเตอรี่บริษัทนี้เท่ากับ 3 ปี ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

<u>วิธีทำ</u> ให้ μ แทนอายุการใช้งานเฉลี่ยของแบตเตอรี่บริษัทนี้

สมมุติฐานที่ทดสอบ

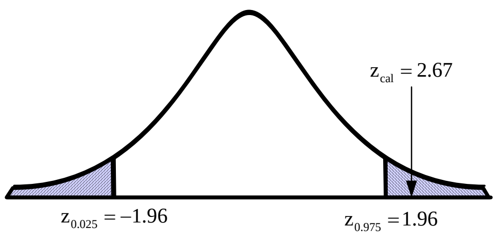
$$H_0:\ \mu = 3$$
$$H_1:\ \mu \neq 3$$

จากโจทย์ $\bar{x} = 3.4,\quad \sigma = 0.6,\ n = 16$

สถิติทดสอบ คือ
$$z_{cal} = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{3.4-3}{0.6/\sqrt{16}} = \frac{0.4}{0.6/4} = 2.67$$

กำหนด $\alpha = 0.05$

ค่าวิกฤต $\pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} = \pm z_{0.975} = \pm 1.96$



สรุป เนื่องจาก $z_{cal} = 2.67 > z_{0.975} = 1.96$ ดังนั้น ปฏิเสธ H_0 นั่นคือ อายุการใช้งานเฉลี่ยของแบตเตอรี่บริษัทนี้ไม่เท่ากับ 3 ปี ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

ตัวอย่าง 3.2 ถ้าทราบว่าน้ำหนักของอาหารกล่องชนิดหนึ่งมีการแจกแจงปรกติ สุ่มตัวอย่างอาหารกล่องชนิดนี้จำนวน 25 กล่อง พบว่ามีน้ำหนักเฉลี่ย 210 กรัม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 15 กรัม จะกล่าวได้หรือไม่ว่าน้ำหนักเฉลี่ยของอาหารกล่องชนิดนี้เท่ากับ 200 กรัม ที่ระดับนัยสำคัญ 0.1

<u>วิธีทำ</u> ให้ μ แทนน้ำหนักเฉลี่ยของอาหารกล่องชนิดนี้

สมมุติฐานที่ทดสอบ

$$H_0:\ \mu = 200$$
$$H_1:\ \mu \neq 200$$

จากโจทย์ $\bar{x} = 210,\quad s = 15,\ n = 25$

สถิติทดสอบ คือ
$$t_{cal} = \frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

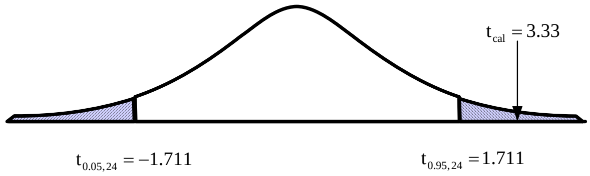
$$= \frac{210-200}{15/\sqrt{25}}$$

$$= \frac{10}{3}$$

$$= 3.33$$

กำหนด $\alpha = 0.1$

ค่าวิกฤต $t_{1-\alpha/2,n-1} = t_{0.95,24} = 1.711$



สรุป เนื่องจาก $t_{cal} = 3.33 > t_{0.95,24} = 1.711$ ดังนั้น ปฏิเสธ H_0 นั่นคือ น้ำหนักเฉลี่ยของอาหากล่องชนิดนี้ไม่เท่ากับ 200 กรัม ที่ระดับนัยสำคัญ 0.1 #

ตัวอย่าง 3.3 ผู้จัดการโรงงานผลิตปุ๋ยอินทรีย์แห่งหนึ่งคาดการณ์ว่าจะต้องจัดซื้อวัตถุดิบในการผลิตโดยเฉลี่ยไม่เกิน 650 ตันต่อวัน ผู้จัดการท่านนี้ทำการเก็บข้อมูลปริมาณวัตถุดิบที่จัดซื้อต่อวันเป็นเวลา 60 วัน ได้ปริมาณวัตถุดิบที่จัดซื้อโดยเฉลี่ย 655 ตันต่อวัน และมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 25 ตัน การคาดการณ์การจัดซื้อของผู้จัดการเชื่อถือได้หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.1

วิธีทำ ให้ μ แทนปริมาณวัตถุดิบโดยเฉลี่ยที่ใช้ในโรงงานผลิตปุ๋ยอินทรีย์แห่งนี้

สมมุติฐานที่ทดสอบ

$$H_0 : \mu \le 650$$
$$H_1 : \mu > 650$$

จากโจทย์ $\overline{x} = 655, \quad s = 25, \quad n = 60$

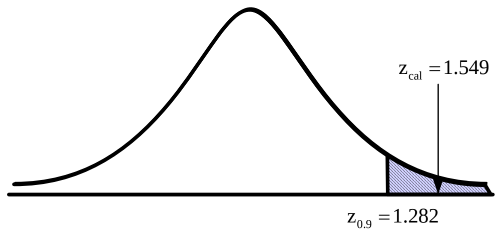
สถิติทดสอบ คือ $$z_{cal} = \frac{\overline{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

$$= \frac{655-650}{25/\sqrt{60}}$$

$$= 1.549$$

กำหนด $\alpha = 0.1$

ค่าวิกฤต $z_{1-\alpha} = z_{0.9} = 1.282$



สรุป เนื่องจาก $z_{cal} = 1.549 > z_{0.9} = 1.282$ ดังนั้นปฏิเสธ H_0 นั่นคือ ปริมาณวัตถุดิบโดยเฉลี่ยที่ใช้ในโรงงานผลิตปุ๋ยอินทรีย์แห่งนี้มากกว่า 650 ตันต่อวัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.1 #

3.4 การทดสอบผลต่างค่าเฉลี่ยประชากร

กำหนด $\mu_1,\ \mu_2$ แทนค่าเฉลี่ยประชากรกลุ่มที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

ตั้งสมมุติฐานแบบใดแบบหนึ่ง ดังนี้

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$ และ $H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$

หรือ $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq d_0$ และ $H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0$

หรือ $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq d_0$ และ $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > d_0$

พิจารณาการทดสอบผลต่างค่าเฉลี่ยประชากร 3 กรณีดังนี้

3.4.1 ประชากรทั้ง 2 กลุ่มมีการแจกแจงปรกติ และทราบค่าความแปรปรวน (σ_1^2, σ_2^2)

$$Z = \frac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - d_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1) \text{ ค่าสถิติทดสอบ } z_{cal} = \frac{\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) - d_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

3.4.2 ประชากรทั้ง 2 กลุ่มมีการแจกแจงปรกติ ไม่ทราบค่าความแปรปรวนประชากรและตัวอย่างมีขนาดเล็ก $(n_1 < 30\ ,\ n_2 < 30)$

ถ้าทราบว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$$T = \frac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - d_0}{\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \text{ ค่าสถิติทดสอบ } t_{cal} = \frac{\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) - d_0}{\sqrt{s_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

เมื่อ $S_p^2 = \dfrac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}, \quad \nu = n_1 + n_2 - 2$

ถ้าทราบว่า $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

$$T = \frac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - d_0}{\sqrt{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)}} \text{ ค่าสถิติทดสอบ } t_{cal} = \frac{\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) - d_0}{\sqrt{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)}}$$

เมื่อ $\nu = \dfrac{\left[\left(S_1^2/n_1\right) + \left(S_2^2/n_2\right)\right]^2}{\dfrac{\left(S_1^2/n_1\right)^2}{n_1 - 1} + \dfrac{\left(S_2^2/n_2\right)^2}{n_2 - 1}}$

3.4.3 ไม่ทราบการแจกแจงของประชากร แต่ตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n_1 \geq 30$, $n_2 \geq 30$)

ถ้าทราบค่า σ_1^2, σ_2^2

$$Z = \frac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - d_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1) \text{ ค่าสถิติทดสอบ } z_{cal} = \frac{\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) - d_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

ถ้าไม่ทราบค่า σ_1^2, σ_2^2

$$Z = \frac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - d_0}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1) \text{ ค่าสถิติทดสอบ } z_{cal} = \frac{\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) - d_0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

ตัวอย่าง 3.4 โรงงานบำบัดน้ำเสียแห่งหนึ่งทราบว่าปริมาณออกซิเจนที่ละลายน้ำ (Dissolved Oxygen : DO) (หน่วยเป็น ppm) จากการบำบัดน้ำเสียของโรงงานทั้งสองระบบ คือ ระบบแรใช้สารเคมีบำบัด ส่วนระบบที่สองใช้พืชน้ำบำบัด มีการแจกแจงปรกติ และมีความแปรปรวน 1.5 ppm^2 และ 1.8 ppm^2 ตามลำดับ ทางโรงงานต้องการเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างระบบบำบัดน้ำเสีย 2 ระบบโดยทำการทดลองกับน้ำเสียจากโรงงาน ทำการสุ่มแบ่งเป็น 24 บ่อบำบัด สุ่มบ่อและสุ่มระบบบำบัดน้ำเสียที่ใช้ระบบละ 12 บ่อ จากนั้นทำการวัดค่า DO พบว่ามีค่าเฉลี่ย 5.3 ppm และ 5.8 ppm ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จะสรุปได้หรือไม่ว่าระบบบำบัดน้ำเสียทั้ง 2 ระบบมีประสิทธิภาพแตกต่างกัน

<u>วิธีทำ</u> ให้ μ_A , μ_B แทนค่าเฉลี่ยของออกซิเจนที่ละลายในน้ำของระบบใช้สารเคมีบำบัด และระบบที่ใช้พืชน้ำบำบัด ตามลำดับ

สมมุติฐานที่ทดสอบ

$$H_0 : \mu_A - \mu_B = 0$$
$$H_1 : \mu_A - \mu_B \neq 0$$

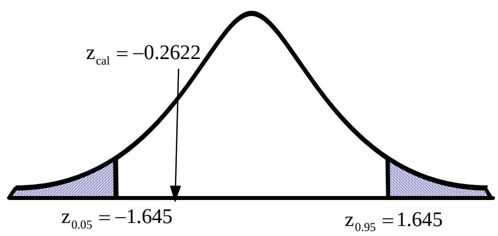
$n_A = 12$, $\bar{x}_A = 5.3$, $\sigma_A^2 = 1.5$

$n_B = 12$, $\bar{x}_B = 5.8$, $\sigma_B^2 = 1.8$

สถิติทดสอบ คือ

$$z_{cal} = \frac{\left(\bar{x}_A - \bar{x}_B\right) - d_0}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}}$$

$$= \frac{\left(5.3 - 5.8\right) - 0}{\sqrt{\frac{1.5}{12} + \frac{1.8}{12}}}$$



$$= -0.2622$$

กำหนด $\alpha = 0.05$

ค่าวิกฤต $\pm z_{1-\alpha} = \pm z_{0.95} = \pm 1.645$

สรุป เนื่องจาก $z_{0.05} = -1.645 < z_{cal} = -0.2622 < z_{0.95} = 1.645$ ดังนั้น ยอมรับ H_0 นั่นคือ ระบบบำบัดน้ำเสียทั้ง 2 ระบบมีประสิทธิภาพไม่แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

ตัวอย่าง 3.5 ในการทดสอบความดันช่วงบน หรือความดันซิสโตลี (Systolic blood pressure) หมายถึง แรงดันเลือดขณะที่หัวใจบีบตัว ระหว่างเด็กชาย และเด็กหญิง ในช่วงอายุ 10-14 ปีโดยสุ่มตัวอย่างเด็กมา กลุ่มละ 25 คน พบว่ามีความดันช่วงบนเฉลี่ย 115.8 และ 116.3 มิลลิเมตรปรอท (mmHg) ตามลำดับ และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 4.7 และ 7.9 mmHg จงทดสอบว่าความดันช่วงบนของเด็กชาย และเด็กหญิงในช่วงอายุ 10-14 ปีแตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.1 หากทราบว่าความดันช่วงบนของเด็กชาย และเด็กหญิงในช่วงอายุ 10-14 ปี มีการแจกแจงปรกติ และมีความแปรปรวนไม่เท่ากัน

<u>วิธีทำ</u> ให้ μ_1 , μ_2 แทนความดันช่วงบนของเด็กชาย และเด็กหญิงในช่วงอายุ 10-14 ปี ตามลำดับ

สมมุติฐานที่ทดสอบ

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

$n_1 = 25$, $\bar{x}_1 = 115.8$, $s_1 = 4.7$

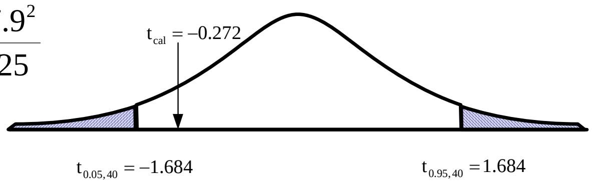
$n_2 = 25$, $\bar{x}_2 = 116.3$, $s_2 = 7.9$

เนื่องจาก $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

สถิติทดสอบ คือ $$t_{cal} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_o}{\sqrt{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)}}$$

$$= \frac{(115.8 - 116.3) - 0}{\sqrt{\frac{4.7^2}{25} + \frac{7.9^2}{25}}}$$

$$= -0.272$$



เมื่อ $$\nu = \frac{\left[\left(s_1^2/n_1\right) + \left(s_2^2/n_2\right)\right]^2}{\frac{\left(s_1^2/n_1\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(s_2^2/n_2\right)^2}{n_2 - 1}} = \frac{\left[(4.7^2/25) + (7.9^2/25)\right]^2}{\frac{(4.7^2/25)^2}{24} + \frac{(7.9^2/25)^2}{24}} = 39.098 \approx 40$$

กำหนด $\alpha = 0.1$

ค่าวิกฤต $\pm t_{1-\alpha/2,\nu} = \pm t_{0.95,40} = \pm 1.684$

สรุป เนื่องจาก $t_{0.05,40} = -1.684 < t_{cal} = -0.272 < t_{0.95,40} = 1.684$ ดังนั้นปฏิเสธ H_0 นั่นคือความดันช่วงบนของเด็กชาย และเด็กหญิงในช่วงอายุ 10-14 ปี ไม่แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.1 #

ตัวอย่าง 3.6 เกษตรกรคนหนึ่งเพาะต้นกล้าโดยใช้ดิน 2 ชนิด โดยดินชนิดที่ 1 ใช้เพาะต้นกล้า 50 ถาด และดินชนิดที่ 2 60 ถาด เมื่อผ่านไป 15 วัน พบว่าได้ต้นกล้าที่เพาะโดยใช้ดินชนิดที่ 1 มีความสูงเฉลี่ย 15.6 เซนติเมตร ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.8 เซนติเมตร ส่วนต้นกล้าที่เพาะโดยดินชนิดที่ 2 มีความสูงเฉลี่ย 13.4 เซนติเมตรและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.6 เซนติเมตร จงทดสอบว่าการเพาะต้นกล้าโดยใช้ดินชนิดที่ 1 ทำให้ต้นกล้าสูงกว่าเพาะโดยใช้ดินชนิดที่ 2 หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

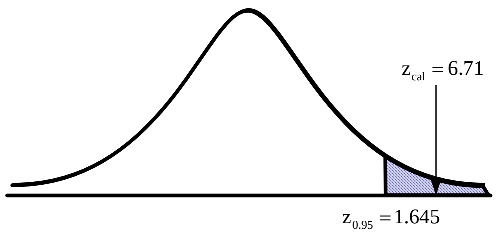
วิธีทำ ให้ μ_1, μ_2 แทนความสูงเฉลี่ยของต้นกล้าที่เพาะโดยใช้ดินชนิดที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

สมมุติฐานที่ทดสอบ

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$$
$$H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0$$

$$n_1 = 50 \quad , \bar{x}_1 = 15.6 \quad , \quad s_1 = 1.8$$
$$n_2 = 60 \quad , \bar{x}_2 = 13.4 \quad , \quad s_2 = 1.6$$

สถิติทดสอบ คือ
$$z_{cal} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_o}{\sqrt{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)}}$$
$$= \frac{(15.6 - 13.4) - 0}{\sqrt{\frac{1.8^2}{50} + \frac{1.6^2}{60}}}$$
$$= 6.71$$



กำหนด $\alpha = 0.05$

ค่าวิกฤต $z_{1-\alpha} = z_{0.95} = 1.645$

สรุป เนื่องจาก $z_{cal} = 6.71 > z_{0.95} = 1.645$ ดังนั้น ปฏิเสธ H_0 นั่นคือการเพาะต้นกล้าโดยใช้ดินชนิดที่ 1 ทำให้ต้นกล้าสูงกว่าเพาะโดยใช้ดินชนิดที่ 2 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

3.5 การทดสอบผลต่างของค่าเฉลี่ยของ 2 ประชากรที่มีความสัมพันธ์กัน หรือ 2 ตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กัน

กำหนด μ_D แทนผลต่างค่าเฉลี่ยประชากร 2 กลุ่มที่มีความสัมพันธ์กัน

ตั้งสมมุติฐานแบบใดแบบหนึ่ง ดังนี้

$H_0: \mu_D = d_0$ และ $H_1: \mu_D \neq d_0$

หรือ $H_0: \mu_D \geq d_0$ และ $H_1: \mu_D < d_0$

หรือ $H_0: \mu_D \leq d_0$ และ $H_1: \mu_D > d_0$

กำหนดสถิติทดสอบที่เหมาะสมที่ใช้ในการทดสอบภายใต้ H_0 ดังนี้

$$T = \frac{\overline{D} - d_0}{S_d / \sqrt{n}}, \ \nu = n-1 \text{ เมื่อ } D_i = Y_i - X_i, \ \overline{D} = \frac{\sum_{i=1}^{n} D_i}{n}, S_D = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(D_i - \overline{D})^2}{n-1}}$$

ค่าสถิติทดสอบ $t_{cal} = \frac{\bar{d} - d_0}{s_d / \sqrt{n}}$ เมื่อ $d_i = y_i - x_i, \ \bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n}, \ s_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(d_i - \bar{d})^2}{n-1}}$

ตัวอย่าง 3.7 สุ่มตัวอย่างคน 9 คน บันทึกน้ำหนักก่อนงดสูบบุหรี่และหลังงดสูบบุหรี่ไป 2 เดือน ได้ผลดังนี้ (หน่วย : กิโลกรัม)

คนที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9
น้ำหนักก่อนงดสูบบุหรี่	67	70	73	67	67	66	67	60	55
น้ำหนักหลังงดสูบบุหรี่	69	75	69	68	73	72	71	65	56

หากข้อมูลน้ำหนักมีการแจกแจงปรกติ จงทดสอบว่าการงดสูบบุหรี่ทำให้น้ำหนักเพิ่มขึ้นหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

<u>วิธีทำ</u> ให้ μ_D แทนผลต่างค่าเฉลี่ยของน้ำหนักก่อนงดสูบบุหรี่และหลังงดสูบบุหรี่เมื่อผ่านไป 2 เดือน

สมมุติฐานที่ทดสอบ

$H_0: \mu_D = 0$

$H_1: \mu_D > 0$

จากโจทย์

คนที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9
น้ำหนักก่อนงดสูบบุหรี่ (x_i)	67	70	73	67	67	66	67	60	55
น้ำหนักหลังงดสูบบุหรี่ (y_i)	69	75	69	68	73	72	71	65	56
$y_i - x_i$	2	5	-4	1	6	6	4	5	1

$$\bar{d} = 2.89 \quad , \quad s_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(d_i - \bar{d})^2}{n-1}} = 3.26$$

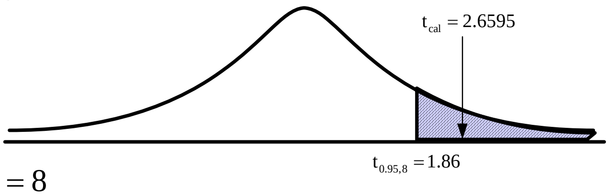
สถิติทดสอบ คือ $$t_{cal} = \frac{\bar{d} - d_o}{s_d / \sqrt{n}}$$

$$= \frac{2.89 - 0}{3.26 / \sqrt{9}}$$

$$= 2.6595$$

กำหนด $\alpha = 0.05$

ค่าวิกฤต $t_{1-\alpha,n-1} = t_{0.95,8} = 1.86 \quad ; \quad \nu = 8$



สรุป เนื่องจาก $t_{cal} = 2.6595 > t_{0.95,8} = 1.86$ ดังนั้น ปฏิเสธ H_0 นั่นคือการงดสูบบุหรี่ทำให้น้ำหนักเพิ่มขึ้น ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

3.6 การทดสอบสัดส่วนของประชากร

กำหนด P แทนสัดส่วนของประชากร

ตั้งสมมุติฐานแบบใดแบบหนึ่ง ดังนี้

$H_0 : P = P_0$ และ $H_1 : P \neq P_0$

หรือ $H_0 : P \geq P_0$ และ $H_1 : P < P_0$

หรือ $H_0 : P \leq P_0$ และ $H_1 : P > P_0$

กำหนดสถิติทดสอบที่เหมาะสมที่ใช้ในการทดสอบภายใต้ H_0 ดังนี้

$$Z = \frac{\hat{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}} \xrightarrow{\sim} N(0,1)$$ ค่าสถิติทดสอบ $$z_{cal} = \frac{\hat{p} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}}$$

โดยที่ $\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{x}{n}$ เมื่อ x แทนค่าของจำนวนสิ่งที่สนใจจากตัวอย่าง

ตัวอย่าง 3.8 สุ่มตัวอย่างแม่บ้านที่ไปซื้อผักที่ตลาดมา 150 คน พบว่ามีแม่บ้านที่ซื้อผักปลอดสารพิษ 114 คน จงทดสอบว่าแม่บ้านที่บริโภคผักปลอดสารพิษมีเกิน 70% หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

<u>**วิธีทำ**</u> ให้ P แทนสัดส่วนของแม่บ้านที่บริโภคผักปลอดสารพิษ

สมมุติฐาน

$H_0: P \le 0.70$

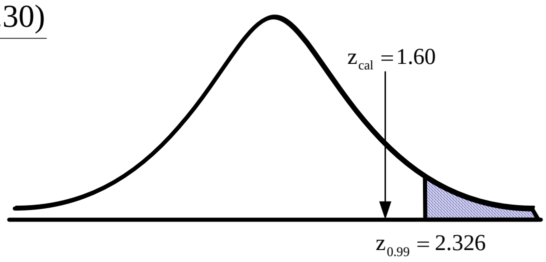
$H_1: P > 0.70$

จากโจทย์ $\hat{p} = \frac{114}{150} = 0.76$, $n = 150$

ค่าสถิติทดสอบ คือ $z_{cal} = \frac{\hat{p} - P_o}{\sqrt{\frac{P_o(1-P_o)}{n}}}$

$$= \frac{0.76 - 0.70}{\sqrt{\frac{(0.70)(0.30)}{150}}}$$

$$= 1.60$$



กำหนด $\alpha = 0.01$

ค่าวิกฤต $z_{1-\alpha} = z_{0.99} = 2.326$

สรุป เนื่องจาก $z_{cal} = 1.60 < z_{0.95} = 1.645$ ดังนั้น ยอมรับ H_0 นั่นคือแม่บ้านที่บริโภคผักปลอดสารพิษมีไม่เกิน 70% ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 #

3.7 การทดสอบผลต่างสัดส่วนของประชากร

กำหนด P_1, P_2 แทนสัดส่วนของประชากรกลุ่มที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

ตั้งสมมุติฐานแบบใดแบบหนึ่ง ดังนี้

$H_0: P_1 - P_2 = P_0$ และ $H_1: P_1 - P_2 \ne P_o$

หรือ $H_0: P_1 - P_2 \ge P_0$ และ $H_1: P_1 - P_2 < P_0$

หรือ $H_0: P_1 - P_2 \le P_0$ และ $H_1: P_1 - P_2 > P_0$

กำหนดสถิติทดสอบที่เหมาะสมที่ใช้ในการทดสอบภายใต้ H_0 ดังนี้

กรณีที่ 1 ถ้า $P_0 = 0$ แสดงว่า $P_1 = P_2$

$$Z = \frac{\left(\hat{P}_1 - \hat{P}_2\right) - P_0}{\sqrt{\hat{P}\hat{Q}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\hat{P}_1 - \hat{P}_2\right)}{\sqrt{\hat{P}\hat{Q}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \xrightarrow{\sim} N(0,1)$$

ค่าสถิติทดสอบ $z_{cal} = \frac{\left(\hat{p}_1 - \hat{p}_2\right)}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$ เมื่อ $\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$, $\hat{q} = 1 - \hat{p}$

กรณีที่ 2 ถ้า $P_0 \neq 0$

$$Z = \frac{\left(\hat{P}_1 - \hat{P}_2\right) - P_0}{\sqrt{\frac{\hat{P}_1\left(1-\hat{P}_1\right)}{n_1} + \frac{\hat{P}_2\left(1-\hat{P}_2\right)}{n_2}}} \xrightarrow{\sim} N(0,1)$$

ค่าสถิติทดสอบ $$z_{cal} = \frac{\left(\hat{p}_1 - \hat{p}_2\right) - P_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1\left(1-\hat{p}_1\right)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\left(1-\hat{p}_2\right)}{n_2}}}$$

ตัวอย่าง 3.9 สอบถามคนที่อยู่ในจังหวัดเชียงใหม่ว่าเห็นด้วยกับการทำช่องทางรถจักรยานหรือไม่ สุ่มตัวอย่างผู้ชายมา 250 คน และผู้หญิง 300 คน พบว่ามีผู้ชายเห็นด้วย 200 คน และมีผู้หญิงเห็นด้วย 255 คน จงทดสอบว่าสัดส่วนผู้ชายและผู้หญิงที่เห็นด้วยกับการทำช่องทางรถจักรยานมีค่าเท่ากันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.1

<u>วิธีทำ</u> ให้ P_1, P_2 แทนสัดส่วนของผู้ชายและผู้หญิงที่เห็นด้วยกับการทำช่องทางรถจักรยาน

ตั้งสมมุติฐาน

$$H_0: P_1 - P_2 = 0$$
$$H_1: P_1 - P_2 \neq 0$$

เนื่องจาก $P_0 = 0$

$$n_1 = 250, \qquad x_1 = 200, \qquad \hat{p}_1 = \frac{200}{250} = 0.80$$

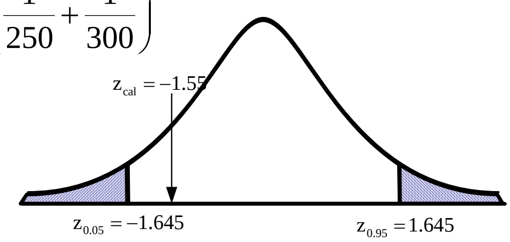
$$n_2 = 300, \qquad x_2 = 255, \qquad \hat{p}_2 = \frac{255}{300} = 0.85$$

$$\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{200+255}{250+300} = 0.83 \quad , \quad \hat{q} = 1 - \hat{p} = 1 - 0.83 = 0.17$$

ค่าสถิติทดสอบ คือ
$$z_{cal} = \frac{\left(\hat{p}_1 - \hat{p}_2\right) - P_o}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

$$= \frac{\left(0.80 - 0.85\right) - 0}{\sqrt{(0.83)(0.17)\left(\frac{1}{250} + \frac{1}{300}\right)}}$$

$$= -1.55$$



กำหนด $\alpha = 0.10$

ค่าวิกฤต $\pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} = \pm z_{0.95} = \pm 1.645$

สรุป เนื่องจาก $z_{0.05} = -1.645 < z_{cal} = -1.55 < z_{0.95} = 1.645$ ดังนั้น ยอมรับ H_0 นั่นคือสัดส่วนผู้ชายและผู้หญิงที่เห็นด้วยกับการทำช่องทางรถจักรยานมีค่าเท่ากัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.1 #

ตัวอย่าง 3.10 สุ่มสินค้าที่ผลิตจากเครื่องจักร A มา 250 ชิ้น พบว่าเป็นสินค้าชำรุด 14 ชิ้น และสุ่มสินค้าที่ผลิตจากเครื่องจักร B มา 200 ชิ้น เป็นสินค้าชำรุด 6 ชิ้น จงทดสอบว่าสัดส่วนของสินค้าชำรุดจากเครื่องจักร A มากกว่าสัดส่วนของสินค้าชำรุดจากเครื่องจักร B เกิน 2% หรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

<u>วิธีทำ</u> ให้ P_1, P_2 แทนสัดส่วนของสินค้าชำรุดจากเครื่องจักร A และเครื่องจักร B

ตั้งสมมุติฐาน

$$H_0: P_1 - P_2 \le 0.02$$
$$H_1: P_1 - P_2 > 0.02$$

เนื่องจาก $P_0 \ne 0$

$$n_1 = 250, \qquad \hat{p}_1 = \frac{14}{250} = 0.056$$

$$n_2 = 200, \qquad \hat{p}_2 = \frac{6}{200} = 0.03$$

ค่าสถิติทดสอบ คือ

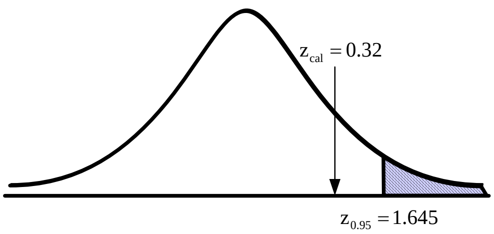
$$z_{cal} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - P_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}}$$

$$= \frac{(0.056 - 0.03) - 0.02}{\sqrt{\frac{(0.056)(0.944)}{250} + \frac{(0.03)(0.97)}{200}}}$$

$$= 0.32$$

กำหนด $\alpha = 0.05$

ค่าวิกฤต $z_{1-\alpha} = z_{0.95} = 1.645$



สรุป เนื่องจาก $z_{cal} = 0.32 < z_{0.95} = 1.645$ ดังนั้น ยอมรับ H_0 นั่นคือสัดส่วนของสินค้าชำรุดจากเครื่องจักร A มากกว่าสัดส่วนของสินค้าชำรุดจากเครื่องจักร B ไม่เกิน 2% ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

3.8 การทดสอบความแปรปรวนประชากร

กำหนด σ^2 แทนความแปรปรวนประชากร

ตั้งสมมุติฐานแบบใดแบบหนึ่ง ดังนี้

$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ และ $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$

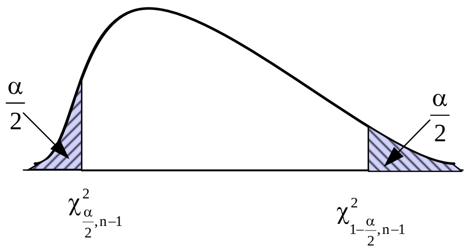
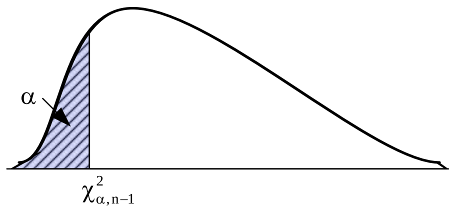
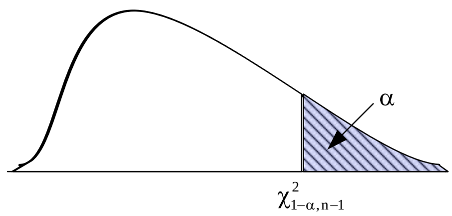
หรือ $H_0 : \sigma^2 \geq \sigma_0^2$ และ $H_1 : \sigma^2 < \sigma_o^2$

หรือ $H_0 : \sigma^2 \leq \sigma_0^2$ และ $H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$

กำหนดสถิติทดสอบที่เหมาะสมที่ใช้ในการทดสอบภายใต้ H_0 ดังนี้

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \quad \text{เมื่อ} \quad \nu = n-1 \quad \text{ค่าสถิติทดสอบ} \quad \chi^2_{cal} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

การหาบริเวณวิกฤต (ขอบเขตปฏิเสธ H_0)

สมมุติฐานทางเลือก	บริเวณวิกฤต	ปฏิเสธ H_0 เมื่อ
$H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$		$\chi^2_{cal} < \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}$ หรือ $\chi^2_{cal} > \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}$
$H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$		$\chi^2_{cal} < \chi^2_{\alpha,n-1}$
$H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$		$\chi^2_{cal} > \chi^2_{1-\alpha,n-1}$

ตัวอย่าง 3.11 น้ำหนักของผลไม้กระป๋องมีการแจกแจงแบบปรกติ สุ่มตัวอย่างมา 10 กระป๋อง ชั่งน้ำหนัก ได้ข้อมูลดังนี้ (หน่วย : กรัม)

251.9	243.5	258.7	239.9	259.1	246.5	251.7	252.2	246.6	248.4

จงทดสอบว่าความแปรปรวนของน้ำหนักของอาหารกระป๋องน้อยกว่า 40 (กรัม)^2 หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ ให้ σ^2 แทนความแปรปรวนของน้ำหนักของผลไม้กระป๋อง

สมมุติฐานที่ทดสอบ

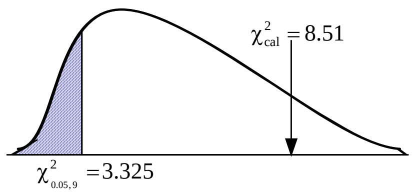
$$H_0:\ \sigma^2 \ge 40$$
$$H_1:\ \sigma^2 < 40$$

$n = 10$, $s^2 = 37.81$

สถิติทดสอบ $$\chi^2_{cal} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

$$= \frac{(10-1)(37.81)}{40}$$

$$= 8.51$$



กำหนด $\alpha = 0.05$

ค่าวิกฤต $\chi^2_{\alpha,\ n-1} = \chi^2_{0.05,9} = 3.325$

สรุป เนื่องจาก $\chi^2_{cal} = 8.51 > \chi^2_{0.05,9} = 3.325$ ดังนั้น ยอมรับ H_0 นั่นคือความแปรปรวนของน้ำหนักของผลไม้กระป๋องไม่น้อยกว่า 40 (กรัม)^2 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

3.9 การทดสอบผลหารความแปรปรวนของ 2 ประชากร

กำหนด σ_1^2, σ_2^2 แทนความแปรปรวนประชากรกลุ่มที่1 และ 2 ตามลำดับ

ตั้งสมมุติฐานแบบใดแบบหนึ่ง ดังนี้

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ และ $H_1 : \sigma_1^2 \ne \sigma_2^2$

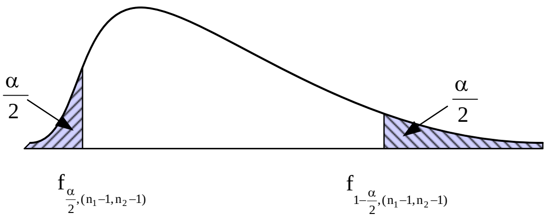
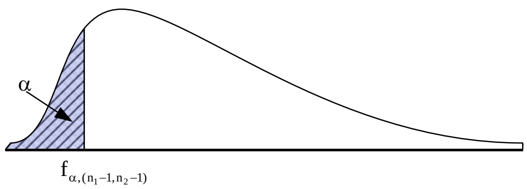
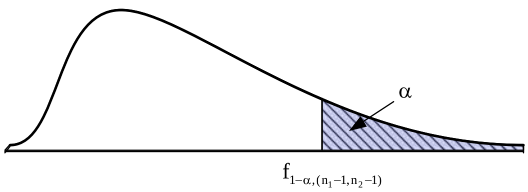
หรือ $H_0 : \sigma_1^2 \ge \sigma_2^2$ และ $H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$

หรือ $H_0 : \sigma_1^2 \le \sigma_2^2$ และ $H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$

กำหนดสถิติทดสอบที่เหมาะสมที่ใช้ในการทดสอบภายใต้ H_0 ดังนี้

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \Big/ \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$$ เมื่อ $\nu_1 = n_1 - 1,\ \nu_2 = n_2 - 1$ ค่าสถิติทดสอบ $$f_{cal} = \frac{s_1^2}{s_2^2} \Big/ \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$$

การหาบริเวณวิกฤต (ขอบเขตปฏิเสธ H_0)

สมมุติฐานทางเลือก	บริเวณวิกฤต	ปฏิเสธ H_0 เมื่อ
$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$		$f_{cal} < f_{\frac{\alpha}{2},(n_1-1,n_2-1)}$ หรือ $f_{cal} > f_{1-\frac{\alpha}{2},(n_1-1,n_2-1)}$
$H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$		$f_{cal} < f_{\alpha,(n_1-1,n_2-1)}$
$H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$		$f_{cal} > f_{1-\alpha,(n_1-1,n_2-1)}$

ตัวอย่าง 3.12 น้ำหนักผงซักฟอกยี่ห้อ A และยี่ห้อ B ต่างก็มีการแจกแจงปรกติ จึงสุ่มตัวอย่างผงซักฟอกยี่ห้อ A และยี่ห้อ B มาชั่งน้ำหนัก ได้ข้อมูลดังนี้

ถุงที่	น้ำหนักผงซักฟอก (กรัม)	
	ยี่ห้อ A	**ยี่ห้อ B**
1	487	493
2	471	541
3	471	499
4	538	498
5	489	505
6	479	501
7	511	463
8	493	515

จงทดสอบว่า ความแปรปรวนของน้ำหนักผงซักฟอกที่บรรจุในถุงของทั้งสองยี่ห้อแตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.1

วิธีทำ ให้ σ_A^2 , σ_B^2 แทนความแปรปรวนของปริมาณอาหารสัตว์ที่บรรจุในถุงของยี่ห้อ A และยี่ห้อ B

สมมุติฐานที่ทดสอบ $H_0:\ \sigma_A^2 = \sigma_B^2$

$H_1:\ \sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$

$n_A = n_B = 8, \qquad s_A^2 = 508.84, \qquad s_B^2 = 475.27$

สถิติทดสอบ $f_{cal} = \dfrac{s_1^2}{s_2^2} \Big/ \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$

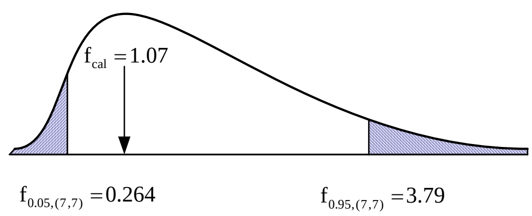
$= \dfrac{508.84}{475.27} \Big/ 1$

$= 1.07$

กำหนด $\alpha = 0.10$

ค่าวิกฤต $f_{1-\frac{\alpha}{2},(n_1-1,n_2-1)} = f_{0.95,(7,7)} = 3.79$

$f_{\frac{\alpha}{2},(n_1-1,n_2-1)} = f_{0.05,(7,7)} = \dfrac{1}{f_{0.95,(7,7)}} = \dfrac{1}{3.79} = 0.264$



สรุป เนื่องจาก $f_{0.05,(7,7)} = 0.264 < f_{cal} = 1.07 < f_{0.95,(7,7)} = 3.79$ ดังนั้น ยอมรับ H_0 นั่นคือความแปรปรวนของน้ำหนักผงซักฟอกที่บรรจุในถุงของทั้งสองยี่ห้อไม่แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

แบบฝึกหัดบทที่ 3

1. บริษัทแห่งหนึ่งเก็บข้อมูลยอดขายสินค้าต่อเดือนจากพนักงาน 8 คน ได้ข้อมูลดังนี้ (หน่วย : พันบาท)

พนักงานคนที่	1	2	3	4	5	6	7	8
ยอดขาย	120	80	90	100	140	110	100	90

ถ้ายอดขายมีการแจกแจงปรกติ

1.1) จงทดสอบว่าพนักงานขายสินค้าได้มากกว่า 100,000 บาทต่อเดือนหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

1.2) จงทดสอบว่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของยอดขายสินค้าเท่ากับ 20,000 บาท หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.1

2. ถ้าน้ำหนักของทารกแรกเกิดมีการแจกแจงปรกติที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 800 กรัม สุ่มตัวอย่างทารกแรกเกิดมา 25 คน ชั่งน้ำหนักพบว่ามีน้ำหนักเฉลี่ยเท่ากับ 2,900 กรัม จงทดสอบว่าน้ำหนักเฉลี่ยของทารกแรกเกิดเท่ากับ 3,000 กรัมหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

3. สุ่มตัวอย่างหลอดไฟยี่ห้อหนึ่งมา 36 หลอด ตรวจสอบอายุการใช้งานดังนี้ (หน่วย : ชั่วโมง)

2,602	2,555	2,433	2,494	2,507	2,471	2,437	2,324	2,590
2,559	2,615	2,450	2,482	2,467	2,632	2,517	2,641	2,549
2,447	2,448	2,384	2,517	2,312	2,654	2,391	2,580	2,618
2,412	2,398	2,508	2,552	2,455	2,471	2,547	2,182	2,551

จงทดสอบว่าอายุการใช้งานของหลอดไฟเท่ากับ 2,000 ชั่วโมงหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

4. ในการเปรียบเทียบผลผลิตของข้าวโพดหวานพันธุ์ A และพันธุ์ B โดยทดลองปลูกในที่ดิน 2 แปลง ที่มีสภาพใกล้เคียงกันแล้วบันทึกน้ำหนักของฝักข้าวโพดพันธุ์ละ 50 ฝัก ผลปรากฏว่าข้าวโพดหวานพันธุ์ A มีน้ำหนักเฉลี่ยต่อฝัก 280 กรัม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานน้ำหนักฝัก 25 กรัม ส่วนข้าวโพดหวานพันธุ์ B มีน้ำหนักเฉลี่ยต่อฝัก 320 กรัม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 36 กรัม จงทดสอบว่าข้าวโพดหวานพันธุ์ B มีน้ำหนักเฉลี่ยมากกว่าข้าวโพดหวานพันธุ์ A เกิน 35 กรัมหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

5. อายุการใช้งานของมอเตอร์เครื่องซักผ้ายี่ห้อ A และ B มีการแจกแจงปรกติ สุ่มตัวอย่างมอเตอร์มาตรวจสอบได้ผลดังนี้ (หน่วย : ปี

ยี่ห้อ A	14.69	12.17	7.70	12.16	13.35	12.15	13.07	9.47	12.44	9.38		
ยี่ห้อ B	15.12	9.85	9.21	19.19	10.72	17.40	11.88	13.22	14.32	16.11	12.09	16.06

หากทราบว่าความแปรปรวนของอายุการใช้งานของมอเตอร์สองยี่ห้อนี้มีค่าเท่ากัน จงทดสอบว่าอายุการใช้งานของมอเตอร์เครื่องซักผ้าทั้งสองยี่ห้อนี้แตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.1

6. น้ำหนักของปุ๋ยที่ผลิตจากโรงงาน A และ B มีการแจกแจงปรกติ ถ้าสุ่มตัวอย่างปุ๋ยจากโรงงาน A และ B มา 8 และ 10 ถุง ตามลำดับแล้วบันทึกน้ำหนักปุ๋ยแต่ละถุงได้ข้อมูลดังนี้ (หน่วย : กิโลกรัม)

โรงงาน A	4.70	4.86	5.04	5.16	5.17	5.14	4.93	5.11		
โรงงาน B	6.10	2.66	6.33	6.87	6.54	4.43	2.71	4.63	3.90	5.50

ถ้าทราบว่าความแปรปรวนของน้ำหนักปุ๋ยทั้งสองโรงงานมีค่าไม่ท่ากัน จงทดสอบว่ น้ำหนักของปุ๋ยที่ผลิตจากโรงงาน A และ B แตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

7. ต้องการศึกษาว่าการโฆษณาส่งผลต่อยอดขายสินค้าหรือไม่ จึงสุ่มตัวอย่างร้านค้าจำนวน 10 ร้าน สอบถามยอดขายสินค้าต่อเดือน (หน่วย : พันบาท) ดังนี้

ร้านที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ก่อนโฆษณา	222	225	234	240	273	236	284	224	224	306
หลังโฆษณา	282	300	289	304	318	265	294	309	298	298

หากยอดขายสินค้ามีการแจกแจงปรกติ จงทดสอบว่าหลังจากที่มีการโฆษณา ยอดขายสินค้าเพิ่มขึ้นเกิน 40,000 บาทหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 5%

8. จากการสำรวจพนักงานชาย 60 คน พบว่ามีผู้สูบบุหรี่ 20 คน จงทดสอบว่าพนักงานที่ไม่สูบบุหรี่มีเกิน 60% หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

9. จากการสำรวจภาวะการมีงานทำของบัณฑิตที่จบปริญญาตรีและปริญญาโทของมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งพบว่า

ระดับการศึกษา	**ขนาดตัวอย่าง (คน)**	**จำนวนบัณฑิตที่มีงานทำ**
ปริญญาตรี	480	400
ปริญญาโท	220	200

จงทดสอบว่าสัดส่วนของบัณฑิตที่จบปริญญาตรีและปริญญาโทที่มีงานทำ แตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

10. อายุการใช้งานของหลอดไฟ 2 ยี่ห้อ มีการแจกแจงปรกติ สุ่มตัวอย่างหลอดไฟมาทดสอบ แล้วคำนวณความแปรปรวนของอายุการใช้งานดังนี้

ยี่ห้อ	**ขนาดตัวอย่าง (หลอด)**	**ความแปรปรวน(ชั่วโมง)^2**
A	11	1,100
B	16	1,250

จงทดสอบว่าความแปรปรวนของอายุการใช้งานหลอดไฟ 2 ยี่ห้อนี้เท่ากันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.1